

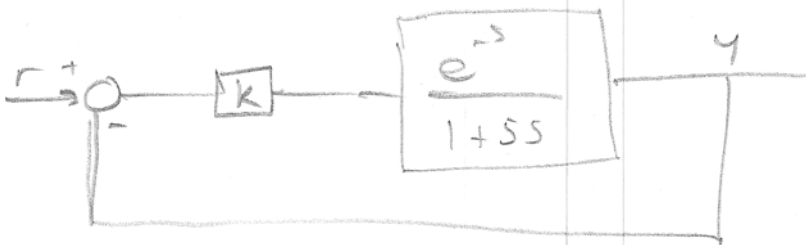
Överföringsfunktionen

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{e^{-s}}{1+s}$$

Giraren antas vara ideal.

Hur stor förstärkning k kan tillätas innan systemet blir instabilt?

Rita blockschema

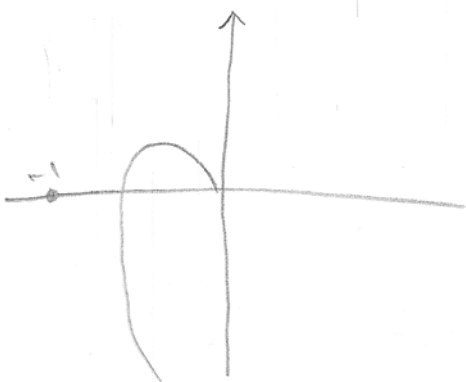


Kretsöverföringen blir

$$L(s) = \frac{k e^{-s}}{1+s}$$

Inga poler användas.

HHP ⇒ Nyquist förenklade kriterium kan



Det återkopplade systemet är stabilt så länge Nyquist-kurvan skär den negativa reellaxeln till höger om punkten -1

Drs när

$$\begin{cases} |L(j\omega_{\pi})| < 1 \\ \angle L(j\omega_{\pi}) = -\pi \end{cases}$$

$$|L(j\omega_{\pi})| = \frac{|k e^{-j\omega_{\pi}}|}{|1 + 3j\omega_{\pi}|} = \frac{k}{\sqrt{1 + 25\omega_{\pi}^2}} < 1$$

$$\Rightarrow k^2 < 1 + 25\omega_{\pi}^2 \quad (1)$$

$$\angle L(j\omega_{\pi}) = -\omega_{\pi} - \arctan(5\omega_{\pi}) = -\pi \quad (2)$$

ej lösbart analytiskt. Lös iterativt; räknare

$$\Rightarrow \omega_{\pi} \approx 1,69 \text{ rad/s}$$

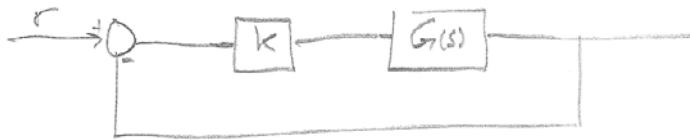
$$\text{Sätt in (1)} \Rightarrow k^2 < 1 + 25 \cdot 1,69^2$$

$$k < 8,5$$

Drs en förstärkning på upp till 8,5 kan tillätas innan systemet blir instabilt.

Da systemet innehåller en död tids term, e^{-s} , kan varken Routh's metod eller polbestämning användas.

6.12



$$G(s) = \frac{s+1}{s(s+1)(s+6)}$$

- Undersök för vilken k , det återkopplade systemet är stabilt.

Kretsöverföringen blir $L(s) = \frac{k(s+1)}{s(s+1)(s+6)}$

Polerna för $L(s)$:

$$s_1 = 0$$

$s_2 = +1 \Rightarrow$ pol i HHP \Rightarrow förenklade Nyquistkriteriet ej applicerbart.

$$s_3 = -6$$

$$G(s) = \frac{s+1}{s(s-1)(s+6)}$$

För stabilitet gäller, enl. fullständiga Nyquistkriteriet

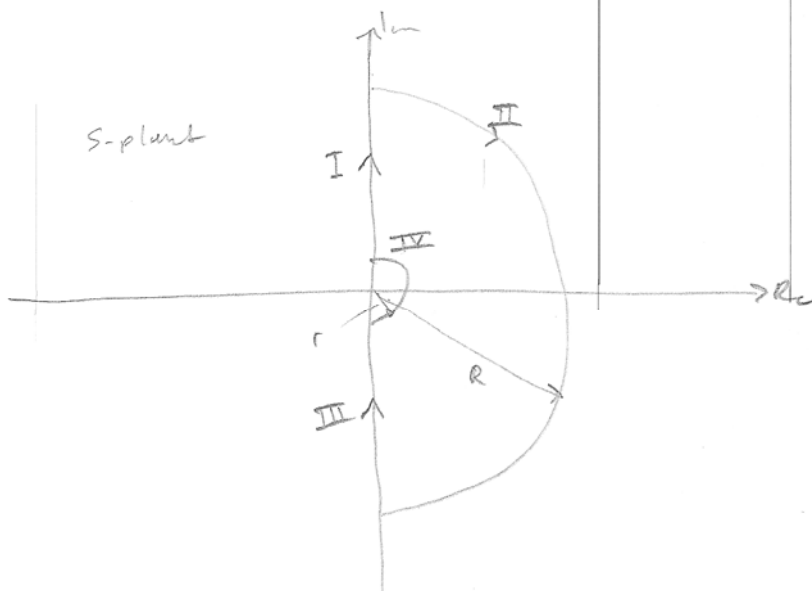
$$z = P + N = 0$$

z : Nullställen för $1 + L(s)$ dvs polerna i hhp för det återkopplade systemet.

P : poler i hhp för $L(s)$, här $P=1$

N : Antalet varv runt punkten -1 räknat medurs när Nyquistkonturen genomlöps.

Nyquists kontur:



I: $s = j\omega$, ω går från 0 till ∞

II: $s = Re^{j\theta}$, $R \rightarrow \infty$ och θ går från $\frac{\pi}{2}$ till $-\frac{\pi}{2}$ (medurs)

III: $s = j\omega$, ω går $-\infty$ till 0

IV: $s = Re^{j\theta}$, $R \rightarrow 0$ och θ går från $-\frac{\pi}{2}$ till $\frac{\pi}{2}$ (moturs)

Områden I och III. (Betrakta $k=1$)

$$L(j\omega) = \frac{(j\omega + 1)}{j\omega(j\omega - 1)(j\omega + 6)} = \frac{1 + j\omega}{j\omega(j^2\omega^2 + 6j\omega - 6)} = \frac{1 + j\omega}{j\omega(-6 - \omega^2 + 5j\omega)}$$

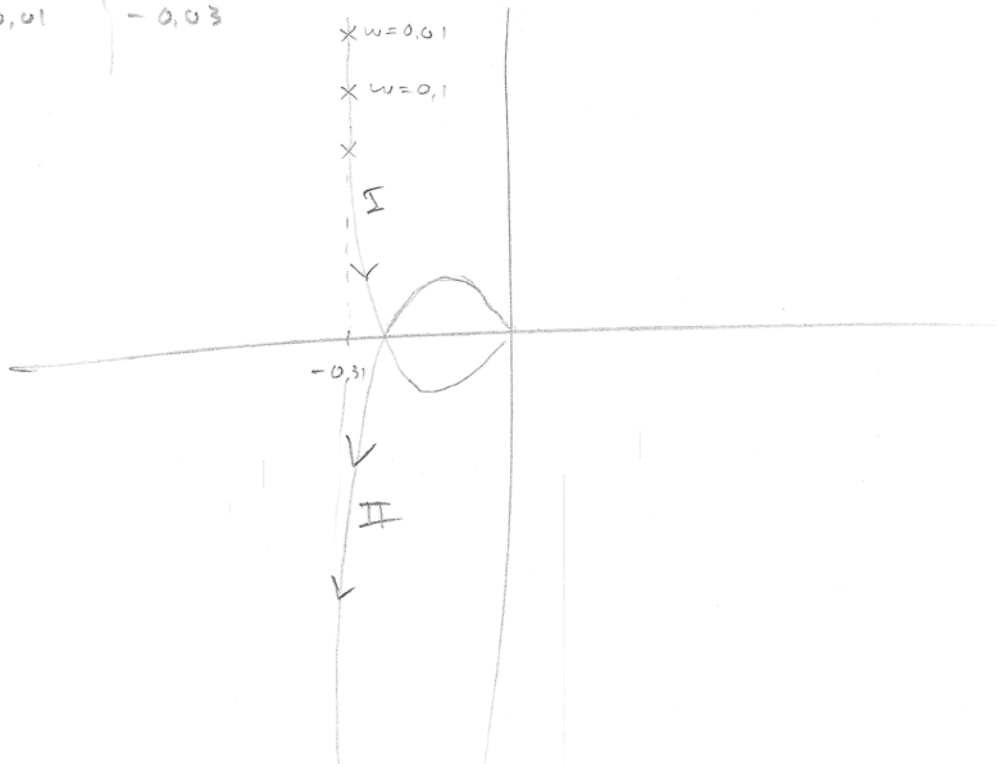
$$= \frac{1 + j\omega}{-5\omega^2 - j(6\omega + \omega^3)} \cdot \frac{(-5\omega^2 + j16\omega + \omega^3)}{(-5\omega^2 + j(6\omega + \omega^3))} = \dots =$$

$$= -\frac{(11 + \omega^2)}{(1 + \omega^2)(36 + \omega^2)} + j\frac{6 - 4\omega^2}{\omega(1 + \omega^2)(36 + \omega^2)} \quad (*)$$

Ställ upp tabell för I

ω	Re	Im
0,001	-0,31	16,7
0,01	-0,31	16,7
0,1	-0,30	1,67
1	-0,16	0,03
5	-0,02	-0,01
10	-0,01	-0,03

Område III ges av spegling av område I i Re-axeln.



$$\text{II} \rightarrow s = Re^{j\theta} \quad R \rightarrow \infty$$

$$\Rightarrow L(s = Re^{j\theta}) = \frac{Re^{j\theta} + 1}{R^3 e^{j3\theta} + 5R^2 e^{j2\theta} - 6R e^{j\theta}} \rightarrow 0 \quad \text{då } R \rightarrow \infty$$

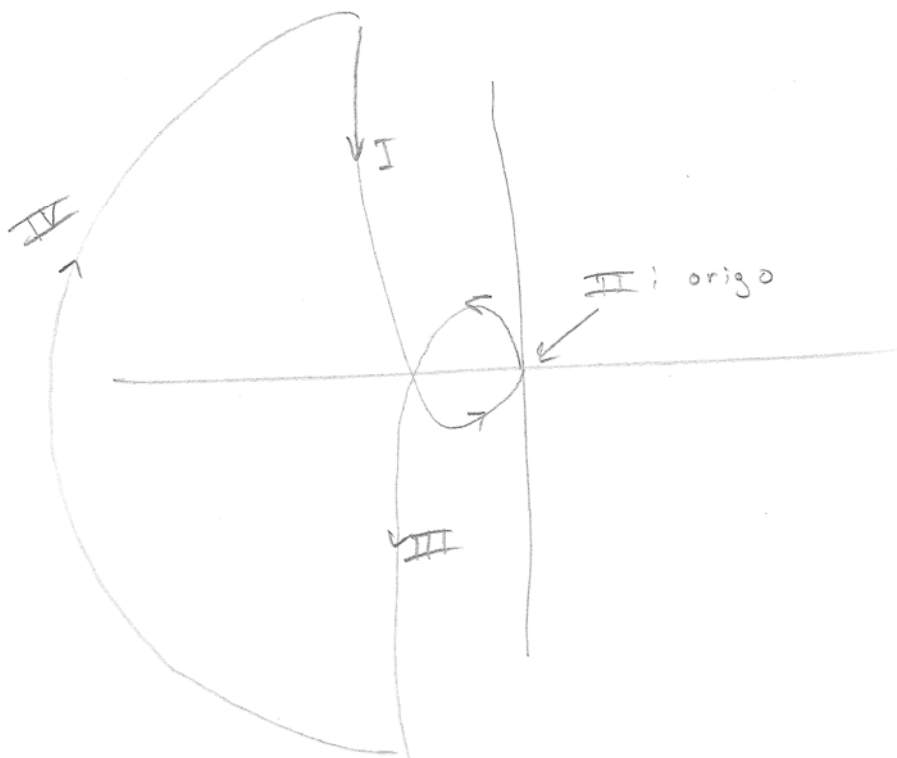
dvs II avbildas i origo

$$\text{IV} \rightarrow s = re^{j\theta} \quad r \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow L(re^{j\theta}) = \frac{re^{j\theta} + 1}{r^3 e^{j3\theta} + 5r^2 e^{j2\theta} - 6re^{j\theta}} \approx \frac{1}{-6re^{j\theta}} =$$

$$= -\frac{e^{-j\theta}}{6r} = \frac{-\cos(-\theta) - j\sin(-\theta)}{6r} = \frac{-\cos(\theta) + j\sin(\theta)}{6r}$$

Då $\theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ så är $\cos(\theta) > 0$
och $\sin(\theta)$ går från -1 till 1



För $k = 1$ omringras $(-1, 0)$ en gång medurs

$$\Rightarrow N = 1$$

$$Z = P + N = 1 + 1 = 2 \neq 0$$

Dvs det återkopplade systemet är ej stabilt.

För att det återkopplade systemet ska vara stabilt krävs att skärningen med negativa Re-axeln sker till vänster om $(-1, 0)$. Dvs omringringen sker medurs och $N = -1$

$$(*) \Rightarrow L(j\omega) = K \left(\frac{-(11 + \omega^2)}{(1 + \omega^2)(36 + \omega^2)} + j \frac{(6 - 4\omega^2)}{\omega(1 + \omega^2)(36 + \omega^2)} \right)$$

Skärningen med Re-axeln sker där j -termen är noll

$$\text{dvs } 6 - 4\omega^2 = 0 \Rightarrow \omega_{\text{sk}} = \sqrt{6/4} = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ rad/s}$$

Vid denna frekvens skall Re-delen vara mindre än -1 för att erhålla omringring medurs.

$$-1 > \frac{K(11 - \omega_{\text{sk}}^2)}{(1 + \omega_{\text{sk}}^2)(36 + \omega_{\text{sk}}^2)}$$

För att erhålla ett stabilt återkopplat system.

$$\frac{K(11 + 3/2)}{(1 + 3/2)(36 + 3/2)} > 1 \Rightarrow K > \frac{15}{2} = 7,5$$

Jäm för med Rouths metod för att erhålla villkor på k .

$$1 + L(s) = 0$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{k(s+1)}{s(s-1)(s-6)} = 0 \Rightarrow s(s-1)(s+6) + k(s+1) = 0$$

$$s^3 + 5s^2 - 6s + ks + k = 0$$

$$s^3 + 5s^2 + (k-6)s + k = 0$$

Ställ upp tabell

s^3	1	$k-6$
s^2	5	k
s^1	c_1	0
s^0	d_1	0

$$\Rightarrow c_1 = \frac{5(k-6) - k \cdot 1}{5}$$

$$c_1 = \frac{4k - 30}{5}$$

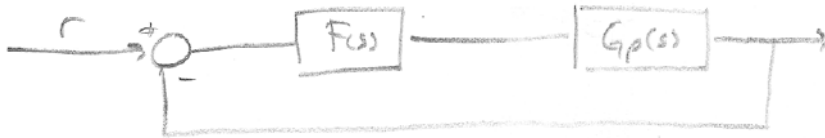
$$d_1 = \frac{c_1 k - 0,5}{c_1} = k$$

↑ alla termer > 0 för stabilitet

Villkoren: $k > 0$

$$\frac{4k - 30}{5} > 0 \Rightarrow k > \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7,5}}$$

6.16



$$G_p(s) = 200 e^{-10s}$$

$$F(s) = \frac{k_i}{s}$$

önskas: $\varphi_m \geq 40^\circ$

$$A_m \geq 2.5$$

$$\varphi_m = 180^\circ + \angle L(j\omega_c)$$

$$|L(j\omega_c)| = 1$$

$$A_m = \frac{1}{|L(j\omega_c)|}$$

$$\angle L(j\omega_c) = -180^\circ$$

Kretsoörföring:

$$L(s) = \frac{k_i \cdot 200 e^{-10s}}{s}$$

$$|L(j\omega)| = \frac{k_i \cdot 200}{\omega}$$

$$\angle L(j\omega) = -\frac{\pi}{2} - 10\omega \quad (\text{rad})$$

$$\frac{\text{KraV 1}}{\varphi_m > 40^\circ} \Rightarrow 180^\circ + \angle L(j\omega_c) > 40^\circ$$

$$\Rightarrow \angle L(j\omega_c) > -140^\circ$$

$$-\frac{\pi}{2} - 10\omega_c > -140 \cdot \frac{\pi}{180} \Rightarrow \omega_c < \frac{5\pi}{180}$$

$$|L(j\omega_c)| = 1 = \frac{200k_i}{\omega_c} \Rightarrow \omega_c = 200k_i \Rightarrow k_i = \frac{\omega_c}{200} \Rightarrow k_i < \frac{\pi}{7200}$$

Fortsätt därefter på krav 2.