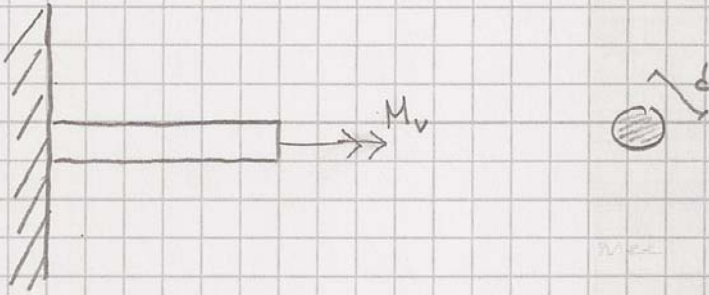
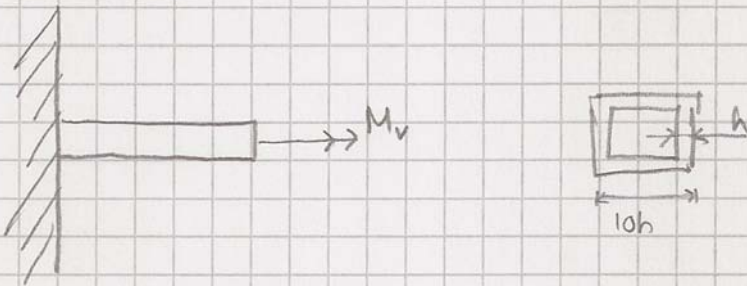


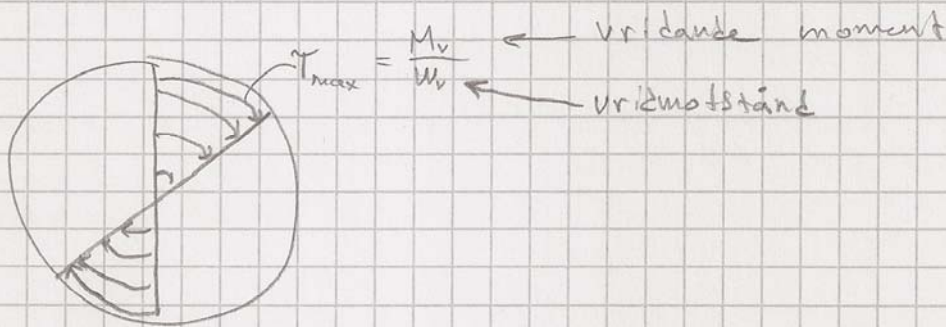
3.11 En massiv cirkulär axel med ϕd belastas med ett vridande moment, M_v



Byt ut den massiva axeln mot en axel med kvadratisk tunnväggit tvärsnitt.



Bestäm viktreduktionen om maximala skjuvspänningen inte får öka.



Strategi

1. Bestäm villkor för τ_{max}
2. Bestäm godstjockleken h
3. Bestäm viktreduktionen.

Utförande

$$T_{\max \circ} = T_{\max \square} \Rightarrow \frac{M_v}{W_{v \circ}} = \frac{M_v}{W_{v \square}}$$

$$\text{dvs } W_{v \circ} = W_{v \square} \quad (1)$$

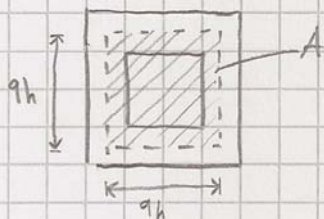
G-16 ger:

$$W_{v \circ} = \frac{\pi(b^4 - a^4)}{2b} = \left\{ \begin{array}{l} d = \frac{d}{2} \\ a = 0 \end{array} \right\} = \frac{\pi d^3}{16} \quad (2)$$

16-70 ger

$W_{v \square} = 2 A h_{\min}$ där A = den av väggens medellinje
inneslutna ytan.

h_{\min} = minsta
godsfjöllek h



$$\therefore W_{v \square} = 2(9h)^2 h = 162 h^3 \quad (3)$$

(1), (2) och (3) ger:

$$\frac{\pi d^3}{16} = 162 h^3; \quad h = \left(\frac{\pi}{2592} \right)^{\frac{1}{3}} d$$

Vikt = $L \cdot A \cdot \rho$ samma L och ρ ger:

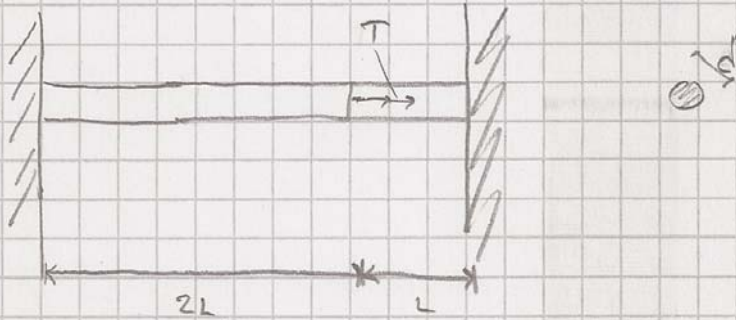
$$\text{Viktreduktionen} = \frac{A_{\square} - A_{\circ}}{A_{\circ}} = 1 - \frac{A_{\square}}{A_{\circ}}$$

$$A_{\square} = 4 \cdot 9h \cdot h = 36 h^2 = 36 \left(\frac{\pi}{2592} \right)^{\frac{2}{3}} d^2$$

$$A_{\circ} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$1 - \frac{36 \left(\frac{\pi}{2592} \right)^{\frac{2}{3}} d^2 \cdot 4}{\pi d^2} = 0,479 = 47,9\%$$

3.18



$$G = 75 \text{ GPa} \quad T_s = 100 \text{ MPa}$$

$$L = 300 \text{ mm} \quad d = 20 \text{ mm}$$

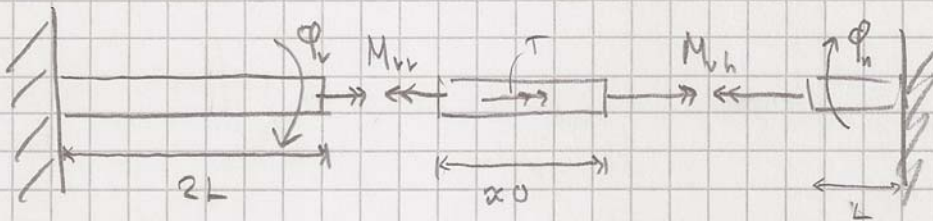
Linjärt elastiskt, idealplastiskt material.

af Vridmomentet, $T = T_s$ och vridvinkel φ_s vid momentets utgreppspunkt då axeln plastiseras.

Vilken del tar största momentet?

$$\left(\varphi = \frac{ML}{GK} \right)$$

Utförande



1/ Momentjämvikt för mittbiten:

$$\rightarrow : -M_w + T + M_{vh} = 0$$

$$M_w = T + M_{vh}$$

(1)

TVå obekanta och en ekv \Rightarrow statiskt obestämt

2/ Konstitutiva Samband

$$\varphi_v = \frac{M_{vr} 2L}{GK} \quad (2)$$

$$\varphi = \frac{M_{vh} L}{GK} \quad (3)$$

3/ Kompatibilitet

$$\varphi_v = \varphi_h \quad (\text{vinklarna måste vara lika}) \quad (4)$$

4/ Kombinera

(2) och (3) ger

$$\frac{M_{vr} 2L}{GK} = - \frac{M_{vh} L}{GK}$$

$$M_{vr} = - \frac{M_{vh}}{2} \quad (5)$$

(5) i (1) ger

$$- \frac{M_{vh}}{2} = T + M_{vh}$$

$$M_{vh} = - \frac{2T}{3}$$

insatt i (5) ger

$$M_{vr} = \frac{T}{3} \quad \therefore \text{Största vridmoment till höger}$$

Skjuvspänningen (6-14) vid begynnande plastisering

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} = \frac{2M_v b}{\pi(b^4 - a^4)} = \left\{ \begin{array}{l} M_v = M_{vh} \\ b = \frac{d}{2} \\ a = 0 \end{array} \right\} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} \tau_s \cdot \frac{d}{2}}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^4} = \tau_s$$

$$\tau_s = \frac{3}{32} \pi \tau_s d^3 = \frac{3}{32} \pi \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 0,02^3 = 235,6 \text{ Nm}$$

Vridvinkeln φ_s

$$\varphi_s = -\varphi_n = \varphi_v = \frac{M_{vv} \cdot 2L}{GK} = \left\{ K \text{ enl. } \varphi_s \text{ sid 6} \right\} = \frac{\tau_s \cdot 2L \cdot 32}{36 \pi d^4}$$

$$= \frac{235,6 \cdot 2 \cdot 0,3 \cdot 32}{3 \cdot 75 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot 0,02^4} = 0,04 \text{ [rad]} = 2,29^\circ$$

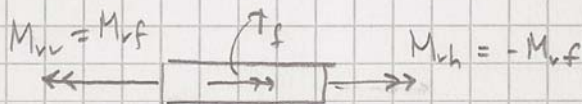
b) Flytlastförhöjning β ekv (6-25)

$$\beta = \frac{\text{last vid kollaps} - \text{last vid begynnande plastisering}}{\text{last vid begynnande plastisering}}$$

$$\beta = \frac{T_f - T_s}{T_s} \quad T_s \text{ känd enl a). Beräkna } T_f$$

6-24:

$$M_{vf} = \frac{2}{3} \pi (b^3 - a^3) \tau_s = \left\{ \begin{array}{l} a=0 \\ b=\frac{d}{2} \end{array} \right\} = \frac{\pi d^3 \tau_s}{12}$$



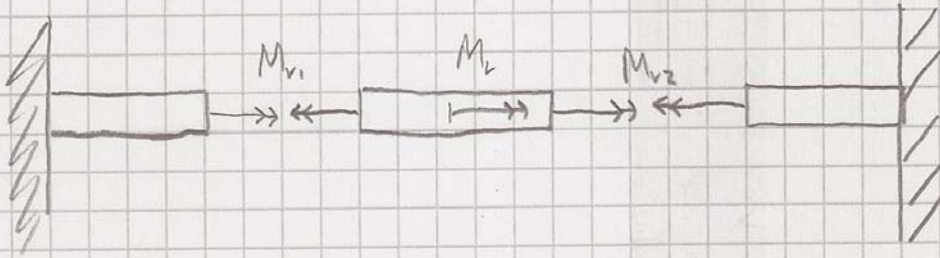
$$\rightarrow : T_s - M_{vv} + M_{vh} = 0$$

$$T_s = 2M_{vf} = \frac{\pi d^3 \tau_s}{6} = \frac{\pi \cdot 0,02^3 \cdot 100 \cdot 10^6}{6} = 418,9 \text{ Nm}$$

$$\beta = \frac{418,9}{235,6} - 1 = 0,778$$

Lasten kan öka 77,8% efter begynnande plastisering innan kollaps.

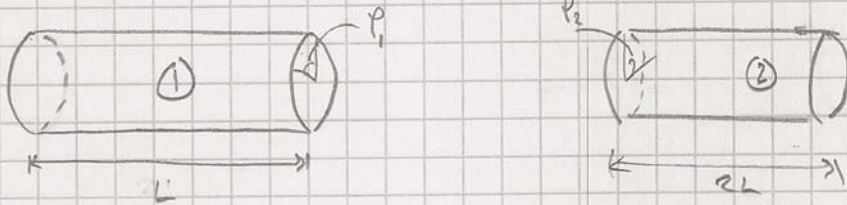
1/ Snitta



Momentjämvikt för mittbiten:

$$\rightarrow : -M_{v1} + M_v + M_{v2} = 0 \quad (1)$$

2/ Deformationssamband



$$\varphi_1 + \varphi_2 = 0 \quad (\text{sitter ihop})$$

3/ Material samband (6-11)

$$\varphi_1 = \frac{M_{v1} L}{GK} \quad (3)$$

$$\varphi_2 = \frac{M_{v2} 2L}{GK} \quad (4)$$

4) Kombinera

(3) och (4) i (2) ger

$$\frac{M_{v1} L}{Gk} + \frac{M_{v2} 2L}{Gk} = 0$$

$$M_{v1} = -2 M_{v2} \quad (5)$$

(5) i (1) ger

$$2M_{v2} + M_v + M_{v2} = 0$$

$$M_{v2} = -\frac{M_v}{3}$$

i (5) ger

$$M_{v1} = \frac{2}{3} M_v$$

$$T_v = \frac{M_v}{W_v} = \left\{ \begin{array}{l} \text{1b sid 55-56} \\ \text{tunnväggigt} \end{array} \right\} = \frac{M}{2\pi R^2 \cdot t}$$

Plastisering först till vänster $T = T_s$

$$T_s = \frac{2M_v}{3 \cdot 2\pi R^2 t}$$

$$M_v = 3\pi R^2 t T_s$$

$$M_v = 3\pi (0,1)^2 \cdot 0,005 \cdot 100 \cdot 10^6 = 471 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$\text{Vridvinkeln } \varphi_1 = \frac{M_{v1} L}{G \underbrace{2\pi R^3 t}_k}$$

$$\varphi = \frac{\frac{2}{3} 3\pi R^2 t T_s L}{G 2\pi R^3 t} = \frac{T_s L}{GR} = \frac{100 \cdot 10^6 \cdot 1}{77 \cdot 10^9 \cdot 0,1} = 0,013 \text{ [rad]} = \underline{\underline{0,774^\circ}}$$